"Barodinamik,, ve madencilik

Yazan: **Tacettin Ataman**
Y. Maden Mühendisi

"Baro,, basınç ve "dinamik,, hareket demek olduğuna göre, basınç altında hareket mânasına gelen bu kelime, yeraltında kayalardaki basınç dağılışı ve hareketlerden bahseden çok yeni bir tetkik mevzuudur. Bugünün madenciliğinde tahkimat esaslarını yalnız tecrübe ve tahmine değil de daha çok hesaba dayanarak tâyin etme yolunu tutmak zarureti kendini göstermektedir. Diğer taraftan, tahkimat hesapları, bu tahkimatı lüzumlu kılan tavan, duvar ve taban basınçlarının bilinmesiyle mümkündür. O halde, bu meseleyi önliyebilmemiz için:

A — Kayalarda basınç dağılışı,

B — Elâstik limitin berisinde kayalarda "deformation,, ,

C — Elâstik limitin ötesinde kayaların "deformation,, ve kırılma hallerini birer birer tetkik etmemiz icabeder.

Birimci şıkta: Kayaların statik vaziyeti bahis mevzuu olup bacalardaki tahkimatın esaslarını bize verir.

ikinci şıkta ise ayakların arkasını göçertmek, göçükler ve açılmaları gibi meseleleri tahlil edeceğiz.

A — KAYALARDA BASINÇ DAĞILIŞI

Yeraltında, kayaların mâruz kaldığı basıncın başlıca sebebi üstteki kaya ve toprakların ağırlığıdır. Her ne kadar g = yer çekmesi miktarı tacili "accélération,, mevzuubahis noktanın arz derecesi ve rakımına tâbi ise de, gerek maden ocaklarındaki azamî rakım tahavvülünün azlığı ve gerekse bir madem ocağında arz derecesinin değişmemesi bize "g,, için 9.81 m/sa^2 kıymetini çok cüzi bir hatâ ile verir- Evler formülü yer çekmesinde:

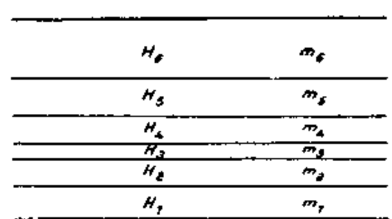
$$P = M.\ g$$

olup M. üstteki kayalar yığınının kulesidir. Vahit satha düşen p basıncı ise:

$$p = H.\ m.\ g. \text{ olur.}$$

Burada:
- p = — p_2: şakulî ekzen boyunca basınç,
- H = "O,, noktasında, üstteki kaya ve toprağın yüksekliği,
- g = 9.81 m/saniye^2,
- m = "O,, noktası üstündeki kayaların **vasati öze]** kitlesidir.

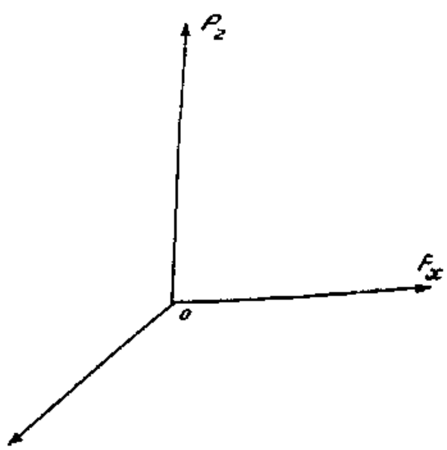
Burada vasatı tâbirinin mânası aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi $H_1 \ldots H_6$"O,,



noktasının üstündeki tabakaların metre cinsinden kalınlığı ve $m_1 \ldots m_6$ bu tabakaların mütekabil özel kitleleri olduğuna göre:

$$m = \frac{m_1 \cdot H_1 + m_2 \cdot H_2 + \dots + m_6 H_6}{H_1 + H_2 + \dots + H_6} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{i=6} m_i \; H_i}{H}$$

olduğu görülür. Bilhassa kömür havzalarında rastlanan gre, şist ve konglomera gibi kayaların özel kitleleri birbirlerine çok yakın olup $\frac{0.3}{9.81}$ civarındadır. O halde $H \cdot g \cdot m = \frac{0.3}{9.81} \times H \times 9.81 = 0.3$ $H = p$ olur. p, Kg/cm^2 ile ölçülür. "O„ noktasında p basıncına eşit fakat aksi istikamette ($\bar{p} = -\bar{p}_z$) p_z reaksiyonu doğar. Kayaları birer elâstik materyel olarak kabul ettiğimizden — $p_z = \bar{p}$ basıncı Ox ve Oy istikametlerinde $\bar{p}$ ve $\bar{p}_y$ basınçlarını doğurur.



μ = kayalara ait "Poisson emsali„ , δ_x, δ_y , δ_z kıymetleri de $\overline{ox}$, $\overline{oy}$, $\overline{oz}$ ekzenleri boyunca "O„ noktasındaki vahit kenarlı bir kübün "déformation„ ları, E ise bu kayaların, ayni kabul edilen elâstik modülü olduğuna göre:

$$\frac{dl_x}{l_x} = \delta_x = \frac{p_x}{E} - \left[\mu\frac{p_y}{E} + \mu\frac{p_z}{E}\right] \quad (1)$$

$$\frac{dl_y}{l_y} = \delta_y = \frac{p_y}{E} - \left[\mu\frac{p_x}{E} + \mu\frac{p_z}{E}\right] \quad (2)$$

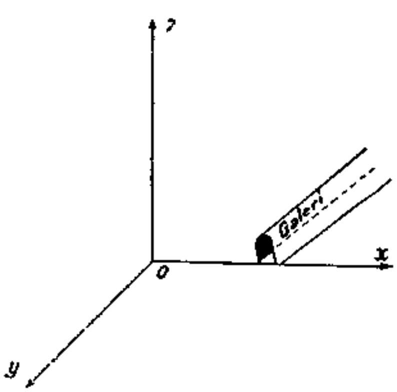
$$\frac{dl_z}{l_z} = \delta_z = \frac{p_z}{E} - \left[\mu\frac{p_x}{E} + \mu\frac{p_y}{E}\right] \quad (3)$$

münasebetleri mevcuttur. Bu denklemlerin istihraçları her klâsik mukavemet kitabında vardır. İşte yeraltında, kayalar içinde basınç dağılışı bu üç denklemin tâyin ettiği şekilde olur. Şimdi bazı hususî hallerde bu üç münasebetin ne şekil alacağını görelim:

1 — Yeraltında hiçbir açıklık olmadığı zaman: $\delta_x = \delta_y = 0$ zira kayaların yanlara doğru (ox, oy ekzenleri boyunca) "déformation„ imkânı mevcut değildir. (1), (2), (3) No. lı denklemlerinde $\delta_x = 0$, $\delta_y = 0$ konursa:

$$p_x = p_y = p_z \frac{\mu}{1 - \mu} \text{ olur.} \qquad (4)$$

2 — $\overline{Oy}$ mihverine paralel bir galeri (ufkî açıklık) açıldığına göre:



$\delta_x \neq 0$, $\Gamma_x = 0$, $\delta_y = 0$, $p \neq 0$, olur. Ve (1), (2) ve (3) No. lı denklemleri:

$$\delta_y = 0 = \frac{p_y}{E} - \left[\mu \frac{p_x}{E} + \mu \;\; E\right] =$$

$$= 0 = \frac{p_y}{E} - \left[\mu \frac{p_z}{E}\right]$$

$$\delta_z = \frac{p_z}{E} - \left[\mu \frac{p_y}{E}\right] \text{ ve buradan da :}$$

$$p_y = \mu \; p_z \qquad (5)$$

$$\delta_z = \frac{p_z}{E}\left[1 - \mu^2\right] \quad (6) \text{ çıkarılır.}$$

3 — $\overline{ox}$ ve $\overline{oy}$ ekzenlerine paralel galeriler açıldıkta:

$\delta_y \neq 0$

$\delta_x \neq 0$

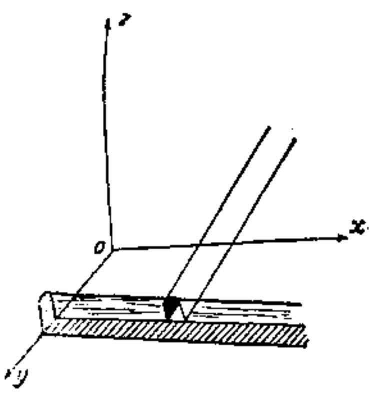
$p_x = p_y = 0$ olur.

ve (1), (2) ve (3) No. lı denklemler

$$\delta_x = \delta_y = -\mu \frac{p_z}{E} \qquad (7)$$

$$\delta_z = \frac{p_z}{E} \qquad (\;)$$

şeklinde basitleşir.



μ = Poisson emsalinin ve E elâstik modülün tâyini lâboratuvar tecrübeleriyle yapılır. Bu hususları ayrı bir yazımızda göreceğiz

B — ELÂSTİK LİMİT BERİSİNDE KAYALAR

1 — Kayalarda "Compression,, ve "tension,, (sıkışma ve gerilme).

Kayaları elâstik bir materyal olarak kabul ettiğimizden, tazyikile "déformation,, arasında Hook kanunu mevcuttur.

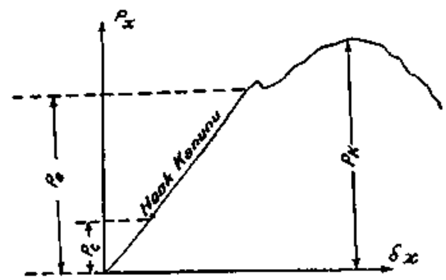
$$\delta_x = \frac{dl_x}{l_x} = \frac{p_x}{E} \qquad (9)$$

Bir germe (tension) tecrübesinde:

p_k = kırılma "tension,, u

p_e = nümunenin elâstik limiti,

$p_ç$ = nümunenin herhangi bir çalışma "tension,, u (emin tension).



Yukarda vazettiğimiz tarifleri gördükten sonra: Emniyet emsali $= n = \frac{p_e}{p_ç}$ olduğu emniyet emsalinin tarifi icabındandır.

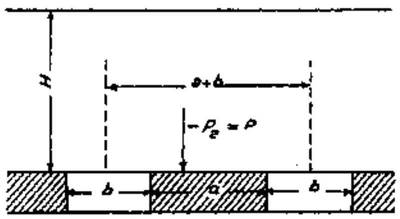
2 — Tatbikat:

a — Topuk hesapları

$$p_ç = \frac{p\,(a+b)}{a} = \frac{-p_z\,(a+b)}{a}$$

$$p_ç = \frac{C.\,H(a+b)}{a} \qquad (10)$$

formülü bize $\frac{a}{b}$ nisbetini verir. b için alacağımız kıymet ise "kayalarda flexion,, bahsinde görüleceği üzere en büyük emin açıklık hesabedilerek taayyün eder. Oradan a hesaplanır. $p_ç$ ise, bir n emniyet emsali alınarak $p_ç = \frac{p_e}{n}$ formülü ile hesaplanır. p_e ise lâboratuvarlarda germe âletleri veya santrifüj makinesi ile tâyin edilir.



İhtar:

Yukardaki topuk hesabında eğer cevherin kesilmeye olan mukavemeti diğer mukavemetlerinden daha küçükse, topuk genişliği kesilme formülü ile hesaplanır. Bu hususu "kayalarda kesilme" bahsinde göreceğiz.

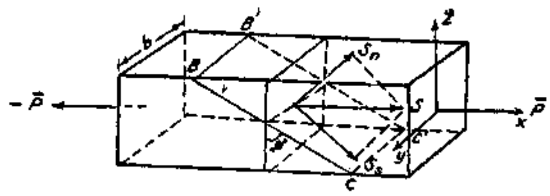
3 — **Kayalarda kesilme** (cisaillement = sheering). Bir kenarı b uzunluğunda olan bir kare prizması alalım Bu prizmaya iki ucundan bir eşit fakat aksi cihette $\bar{p}$ kuvvetini tatbik edelim. (Germe veya sıkıştırma..) $\frac{p}{b^2} = S_x$ = prizmanın gerilmesi. BB'C'C, prizmanın mihveri ile Φ açısını yapan bir herhangi düzlemle kesiti olsun. Aşağıdaki münasebetler kolayca çıkarılır:

$$P = \frac{Sb^2}{\cos\Phi}$$

$$S = \frac{P\cos\Phi}{b^2} = \frac{P}{b^2}\cos\Phi = S_x \cos\Phi \text{ oradan da}$$

$$S_n = S\cos\Phi = S_x \cos^2\Phi$$

$$S_s = S\sin\Phi = S_x \cos\Phi . \sin\Phi = \frac{S_x \sin 2\Phi}{2}$$



Şimdi S_n ve S_s kıymetlerinin Φ açışı değiştiği zaman alacakları âzamî kıymetleri bulalım:

$$(S_n)_{max} = S_x \qquad \Phi = 0 \text{ için}$$

$$(S_s)_{max} = \frac{S_x}{2} \qquad \Phi = 45° \text{ için}$$

İşte burdan anlıyoruz ki, gerilme veya sıkışma altında kayalarda, bu gerilme veya sıkışma kuvveti istikametiyle 45° bir açı yapan bir düzlem içinde âzami bir kesilme vukua gelir.

Eğer bir de S_y gerilmesi S_x ile beraber prizmaya tesir etse: Ayni metodu kullanarak:

$$S_n = \frac{S_x + S_y}{2} + \frac{S_x + S_y}{2}\cos 2\Phi$$

$$S_s = \frac{S_x - S_y}{2}\sin 2\Phi$$ olur. Bu kıymetlerin âzâmisi:

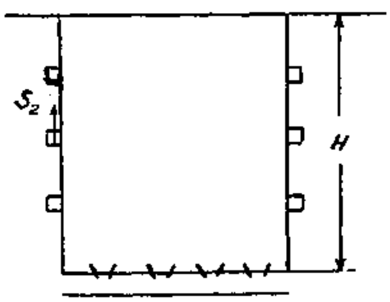
$$(S_n)_{max} = S_x \qquad \Phi = 0 \text{ için}$$

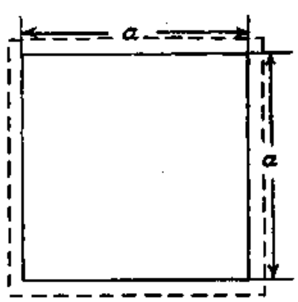
$$(S_s)_{max} = \frac{S_x - S_y}{2}, \Phi = 45° \text{ için}$$

4 — **Tatbikat:** 1 — (Bloc caving) kitle halinde cevheri göçertme Birleşik Amerika devletlerinde büyük mikyasta, az tenörlü cevherlerin istihsalinde kullanılan bu metot madencilik tarihinde büyük bir yeniliktir.

Prensip:

Cevherin içinde öyle bir kitle çevresinde kesilmeyi kolaylaştıracak galeriler açarak kitleyi, kendi ağırlığı ile, bu çevre imtidadmca göçertmektedir. Kitlenin ebadı tamamile cevherin kesilme mukavemetine tâbidir: Bizce bir kitlenin kolayca kesilip göçebilmesi için, o kitlenin kesilme mukavemetinin, ağırlığından az olması yani kesilme sathının kitle ağırlığına nispetinin asgarî olması lâzımdır. Bu şart kitlenin üstüvanî olmasiyle temin edilir. Fakat pratikte galerileri dairevî yapmanın mahzurlu olması dolayısiyle biz kitleyi tabanı kare olan bir prizma seklinde alacağız





Bir kenarı a metre olan bu kare prizmasının kenar yüzleri boyunca kayması, yani:

$H.\ a^2.\ m.\ g \geqq 4a.\ H.\ S_z$ olması lâzımdır. Burada S_3, cevherin z mihveri (şakulî ekzen) boyunca arzedeceği kesilme mukavemetidir. Bu münasebet bize a yi tâyin eder:

$$a \geqq \frac{4.\ S_z}{m.\ g.}$$

İhtar:

Cevherin kesilme mukavemeti arttıkça "a,, büyür. Hakikatte, bu prizma göçürülüp bitince diğer komşu prizmalara 3 kesilme yüzü kalır. O halde a kenarını:

$a \geqq \frac{3\ S_z}{m.\ g.}$ almak en doğrusudur.

Bir cevherin S_2 kesilme mukavemeti laboratuvarda tâyin edilir.

5 — Kayalarda "Flexion,,:

Kayalarda Flexion, ancak bu kayalar tabakalar halinde oldukları zaman bahis mevzuu olabilir. Bilhassa kömür ocaklarında raslanan şist, gre ve konglomera tabakalarında, altlarındaki kömür alınarak bir boşluk açıldığı zaman bu tabakalar içinde alt tarafta gerilme ve üst tarafta tazyik (sıkışma) görülür. **Flexion** bahsini iyice tetkik edebilmemiz için bu bahse yeni ve mücerret bir mefhum ithal ediyoruz:

N = mukavemet emsali. Bu emsalin tarifi şudur: Herhangi bir materyelden mamul bir kirişte, kirişin muayyen bir kalınlığı ve açıklığı için:

$$N = \frac{\text{Kirişin kırılma gerilmesi}}{\text{Kendi ağırlığından doğan gerilme}}$$

Burda N emsali, buutsuz, alelade bir adet olup daima $N > 0$ dır. (Materyel kırık olmadığına göre). Bu emsal bize materyeli mukavemeti bakımından tanıtmıya yarar. Ayni açıklık ve kiriş kalınlığı için muhtelif materyeller için N muhteliftir.

N emsalinin bu muhtelif kıymetleri için aşağıdaki halleri görelim:

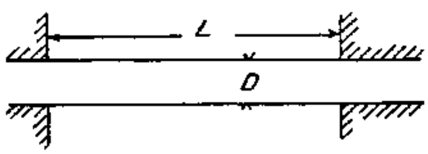
1 — $0 < N \leq 1$ hal.: kiriş o açıklıkta, sadece kendi ağırlığının doğurduğu tazyikle hemen göçecektir.

2 — $1 < N < n$ (n = emniyet emsali) halinde, kiriş, o açıklıkta bir müddet durabilir, fakat bu duruş emin değildir ve kendi ağırlığı ile göçebilir.

3 — $N \geq n$ halinde ise, kiriş o vaziyette, yalnız kendi ağırlığının tesiri altında uzun müddet emin olarak durur.

N = mukavemet emsalinin hesabı

D kalınlığında bir tabaka altında L açıklığında bir boşluk olduğunu düşünelim. Bu tabakanın üstünde hiçbir yük ol-



madığını kabul edelim. (İlerde aksi haldeki vaziyeti göreceğiz). Bu halde, iki ucu "encastré„ bir kiriş vaziyetinde olup kendi ağırlığının doğurduğu gerilme:

$$S_a = \frac{WL^2}{2D^2} = \frac{GL^2}{2D} \qquad (10)$$

burda:

S_k ile tabakanın kırılma gerilme tazyikini gösterirsek:	G = tabakanın hususî vezni gr/cm³. S_a = kendi ağırlığından doğan kirişteki gerilme. Kg/cm². D = tabaka kalınlığı cm. W = kendi ağırlığının doğurduğu yük: Kg/cm. W = G. D.

$$N = \frac{S_k}{S_a} = \frac{S_k}{\frac{WL^2}{2D^2}} = \frac{S_k}{\frac{GL^2}{2D}} = \frac{2D}{L^2}\,\frac{S_k}{G} \qquad (11)$$

bulunur. Boşluk α derece meyilli ise:

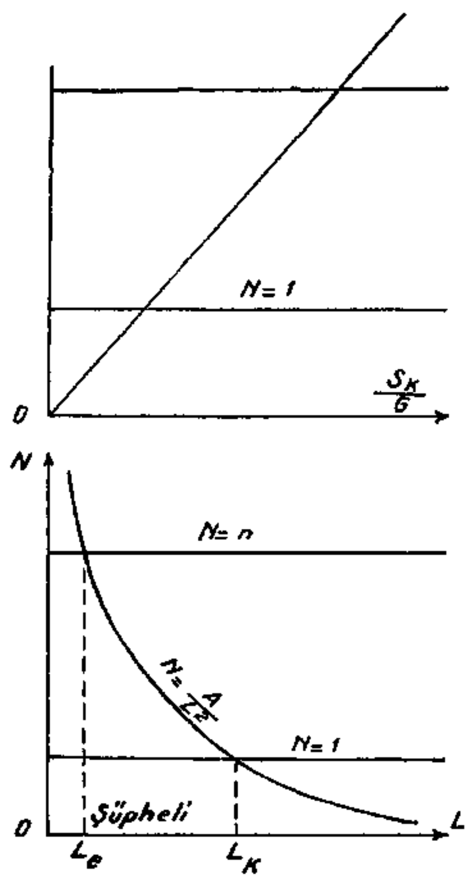
$$S_a = \frac{G.\,L^2 \cos\alpha}{2\,D} \text{ olup}$$

$$N = \frac{2D.\,S_k}{L^2.G.\cos\alpha} \quad \text{olur.}$$

N emsalinin münakaşası:

$$N = \frac{2D\ \ S_k}{L^2.\ G} \text{ formülünde:}$$

1 inci hal $\frac{D}{L^2}$ = sabit tutulursa: $\frac{S_k}{G}$ mütehavvil olur. N emsali $\frac{S_k}{G}$ nin hattî bir tabii olur. G = sabit olursa (aynı kuvvet sahasında) N emsali S_k ile mütenasiben artar. S emsali ise o tabakadan alınan



bir nümune üzerinde bir germe veya "flexion" tecrübesiyle taayyün eder.

2 inci hal $\frac{D.S_k}{G}$ = sabit = A olsun.

L = mütehavvil

$N = \frac{A}{L^2}$ olduğu görülür ki bu da üçüncü derecelik bir hiperboldur. N = n olduğu zaman L_e = en büyük emin açıklık olur.

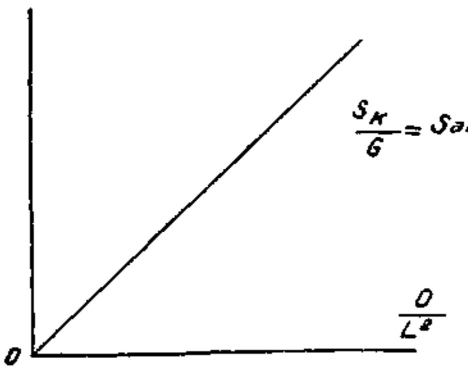
$L_e < L < L_k$ şüpheli, L_k = katî kırılma açıklığı olduğu görülür.

burdan da : $N \geq n$ (= emniyet emsali) emin sahayı

$1 < N < n$ ise şüpheli sahayı

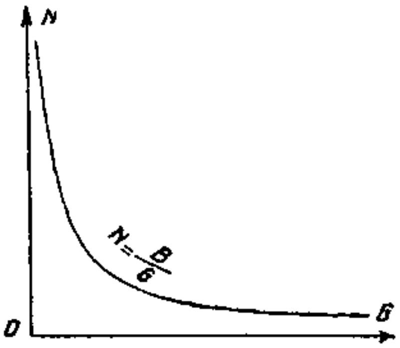
$N < 1$ ise kırılma sahasını gösterir.

3 üncü hal $\frac{S_k}{G}$ = sabit, $\frac{D}{L^2}$ mütehavvil

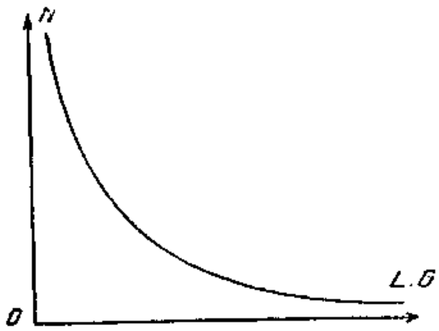


Ayni materyeller ve ayni kuvvet sahaları için de N emsali $\frac{D}{L^2}$ ile mütenasiben artar.

4 üncü hal $\frac{D.S_k}{L^2}$ = sabit = B, G mütehavvil. Bu vaziyet, ilerde göreceğimiz "centrifuge„ makinesinde, şiddeti değişebilen bir kuvvet sahası için bahis mevzuudur. N emsali G ile ters orantılıdır (makûsen mütenasip), ikinci dereceden bir hiperbolik tabiîdir.

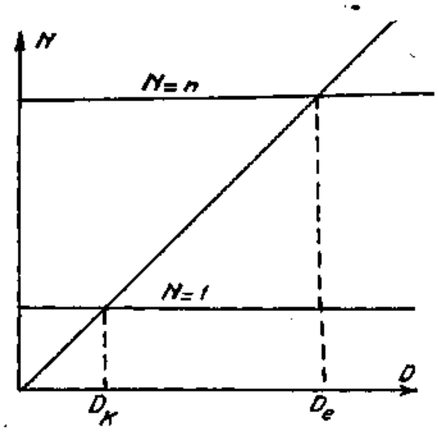


5 inci hal $\frac{L}{D}$ = sabit tutulup $\frac{S_k}{LG}$ mütehavvil olursa: (İlerde model ve prototip meselelerinde bahis mevzuu olacaktır). Burda ayni materyel için S_k = sabit olduğundan N emsali L. G. ile ters orantılıdır.



6 ncı hal $\frac{2\,S_k}{L^2.G.}$ = sabit olup yalnız D mütehavvil olursa: N emsali D ile doğru orantılıdır. Burda, açıkça görülüyor ki, her verilen bir L açıklığına bir kırılma kalınlığı (ayni materyel ayni kuvvet sahasında) ve bir de emin kalınlık (sırasile D_k ve D_e) tekabül eder. Burda: $n = \frac{D_e}{D_k}$

olduğu kolayca görülür. Yukardaki muhtelif halleri gördükten sonra şu aşağıdaki mühim mefhumların tariflerini kolayca yaparız:



YALANCI TAVAN:

Gerek ayaklarda ve gerekse bacalarda, mutat bir açıklık için (L = sabit) N mukavemet emsali n = emniyet emsalinden küçük olan ilk basit veya mürekkep tavan babakasına yalancı tavan denir.

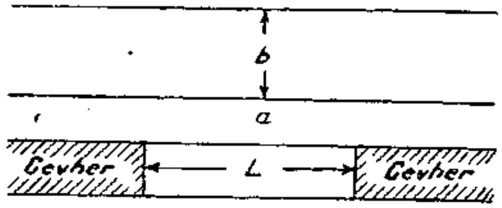
Yukardaki 6 inci halde, yalancı tavan kalınlığı = a $<$ D_e olduğu aşikârdır. D_e ise, ayni açıklık için yalancı tavan materyelinden yapılmış muhayyel bir tabaka kalınlığıdır.

ANA TAVAN:

Yukardaki şartlar içinde N $\geqq$ n olan her tabaka, mezkûr L açıklığı için bir ana tavandır. Yalnız burda, açıklık üstünde hemencecik bulunan ana tavan 1 No lı ve onun üstündekiler ise sıra ile 2, 3 .... m No. lı ana tavanlardır. Bir ana tavan boşluğun hemen üstünde olmayıp, yalancı bir tavan üstünde de olabilir.

BASİT TAVAN:

Verilen bir açıklık üstünde olup kendi üstündeki diğer tabakaların emniyet emsalinden daha küçük bir emniyet emsali olan bir tavan tabakasıdır yani: $N_a <$ N_b a ve b tabakaarı ayni materyelden iseler, (gre, şist veya konglomera) $N_a < N_b$ demek a $<$ b demek olur.

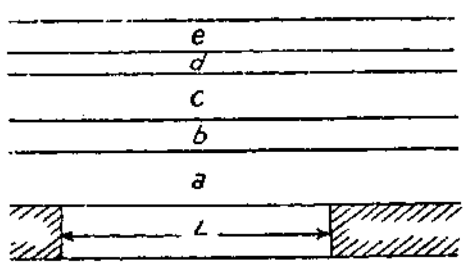


6 ıncı hal, N in münakaşası:

Eğer $N_a \geqq$ n ise, bu tavan basit bir ana tavandır. Yok eğer $N_a <$ n ise, o zaman a tabakası basit bir yalancı tavan olur.

MÜREKKEP TAVAN:

Mürekkep tavanlar bir tabakadan fazla tabakaları ihtiva eder. Bunu iyice anlıyabilmek için şu misali alalım: cevher içinde L açıklığı, ve bunun üstünde de sırasiyle a, b, c, d, e, . . . tabakaları mevcut olsun Bu a,b,c,d.e, ... tabakaları muhtelif kalınlık ve cinsten olsunlar. Karşılıklı olarak N_a N_b N_c N_d ve N_e mukavemet emsalleri, bu tabakaların L açıklığına göre mukavemet emsalleri olsunlar.



n de bizim seçtiğimiz bir emniyet emsali olsun. Eğer:

$$n < N_a < N_b < N_c < N_d < N_e \ldots\ldots$$

ise, bu a, b, c... d, e tabakaları mezkûr L açıklığı için birer basit ana tavan olurlar. Eğer $N_a < n < N_b < N_C \; N_d < N_e$ olursa a tabakası L açıklığı için bir yalancı tavan, b, c, d, e tabakaları da 1, 2, ve 4 No. lı ana tavan olurlar (basit ana tavan). Bir de:

$$Na > n \, , \; N_b < n \, , \; n < N_C < N_d < N_e \; \ldots$$

olduğunu düşünelim. L açıklığı için a tabakası kendini kolayca taşır, fakat b tabakası bu açıklık için kırılır zira $N_b < n$ dir. O halde kırılan b tabakası da a tabakasına yüklenir. İşte a ve b tabakaları mürekkep bir tabaka teşkil ederler. Bu mürekkep tavanın en geniş emin açıklığı Lah > L ise bu mürekkep tavan L açıklığı için ilk mürekkep ana tavan olmuş olur.

Eğer: $N_a > n$, $N_b < N_c < n$ olursa ve $N_c < N_{ab}$ ise a, b ve e tabakaları bir mürekkep tavan teşkil ederler ve $L_{ahc} >$ L ise bu mürekkep tavan L açıklığı için ilk mürekkep ana tavan, aksi halde ilk mürekkep yalancı tavan olur. Bu muhakemeyi teşmil ederek birçok tabakalardan ibaret mürekkep tavanlar bulunur

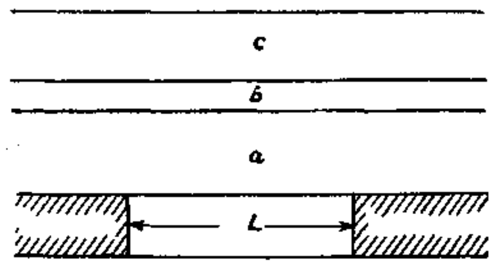
İKİ TABAKADAN MÜTEŞEKKİL MÜREKKEP TAVAN

N_b = a ve b tabakalarından müteşekkil mürekkep tavanın mukavemet emsali olsun. Biz N_{ab} nin nasıl hesaplanacağını göreceğiz. Eğer,

$$N_c > N_{ab} > n > N_b \text{ ve } N_a > n$$

olursa a ve b tabakaları L açıklığı için mürekkep ana tavan olur. $N_c > n > N_{ab}$ olursa a ve b tabakalar L açıklığı için mürekkep yalancı tavan olur.

$(L_e)_{max}$= en büyük emin açıklığın hesabı: aradığımız $(L_e)_{max}$ açıklığı için 1 - $N_b < n$ olduğu için ve $N_a > n$ olduğundan a ta-



bakası kendi ağırlığını taşıyamıyan b tabakasının, kısmen, yükünü taşır, bunun için de a ve b tabakalarında ayni déflection = sarkma olması lâzımdır. 2 — a ve b tabakaları, kendi kudretleri nispetinde, yani vahit enlilikteki maktalarının atalet vezniyetleriyle mütenasiben müşterek olan kendi ağırlıklarının yükünü taşırlar. Eğer bu iki tabakanın gerilme mukavemetleri aynı ise, yukardaki hususları şu denklemlerle ifade ederiz:

$$\delta = \frac{(L_e)^4_{max}}{384\ E_a} \frac{W_a + x_1}{I_a} = \frac{(L_e)^4_{max}}{384\ E_b} \frac{W_b \quad x_1}{I_b}.$$

Eğer a ve b ayni gerilme mukavemetini haiz iseler, elâstik modülleri de ayni olmak icabeder: $E = E_b$, ve

$$I_a = \frac{a^3 . 1}{12}$$

$I_b = \dfrac{b^3 . 1}{12}$ olduğundan yukardaki denklem : $\dfrac{W_a + x_1}{a^3} = \dfrac{W_b - x_1}{b^3}$ olur ve

$$(L_e)_{max} \sqrt{\frac{2a^2 S_e}{W_a + x_1}} = \sqrt{\frac{2b^2 . S_e}{W_e - x_1}} \text{ olur.} \quad (12)$$

Xı dediğimiz şey a tabakasının fazla olarak b tabakasının yükünden alıp kendi ağırlığının doğurduğu W_a yüküne ilâve olarak taşıdığı kısmî yüktür.

$\dfrac{W_a + x_1}{a^3} = \dfrac{W_b - x_1}{b^3}$ denkleminden x_1 hesaplanarak (12) denkleminde kıymeti yerine konursa $(L_e)_{max}$ hesaplanır. (12) denkleminde:

S_e = a ve b tabakalarının emin geril- me tazyiki.

δ = müşterek sarkmaları.

W_a = G. a.

a = a tabakasının kalınlığı.

Wb= G. b.

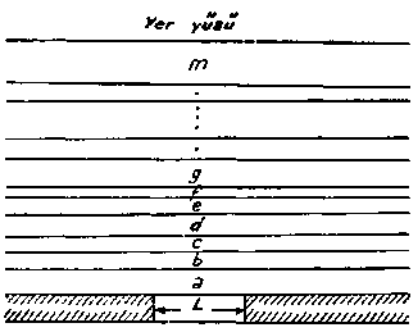
b — b tabakasının kalınlığı.

İKİDEN FAZLA TABAKALARDAN MÜTEŞEKKİL MÜREKKEP TAVAN

Verilen bir L açıklığı için:

$$\begin{cases} N_a > N_b \\ ab > N_c \\ N_{abc} > Nd \\ N_{abcd} > N_e \\ N_{abcde} > N_f \\ \\ N_{ab\ldots l} > N_m \end{cases}$$

olursa bu m adet tabakalar heyeti bir mürekkep tavan olur. N_a >Nb > n olursa bu mürekkep tavan L açıklığı için ayni zamanda bir ana tavan da olmuş olur. m = 2 için yukardaki iki tabakalı mürek- kep tavan hali elde edilir.



Yukardaki gayri müsavat bize, riyazi olarak, her tabakanın, altındaki tabakalar- dan müteşekkil mürekkep tavandan daha az mukavim olup ona yük olduğunu ifade eder.

$(L_e)_{max}$ = en büyük emin açıklı- ğın hesabı aşağıdaki esasları riyazi olarak ifade edeceğiz:

1 — Bu tabakalardan, kuvvetli olan- lar zayıf olan tabakalara yardım edecek- lerdir. Bu yardım her tabakanın maktala- rının atalet vezniyetleriyle mütenasip yük yüklemekle yapılacaktır.

2 — Bu tabakalar, daima temasta ka- labilmeleri için ayni sarkmayı haiz olacak- lardır-.

3 — En büyük emin açıklık, bu taba- kalardan herhangi birine göre hesaplana- caktır.

Şimdi biz: W_a, W_b, W_c, ...W, ,W_m bu tabakaların mütekabil kendi ağırlık yükleri, l_a, l_b, l_c, ... l_l, l_m kıy- metleri ise bu tabakaların taşımıya mec- bur tutuldukları yükleri olsun:

$$\delta = \frac{l_a (L_e)^4_{max}}{384\ E_a\ I_a} = \frac{l_b (L_e)^4_{max}}{384\ E_b\ I_b} =$$

$$\frac{l_c (L_e)^4_{max}}{384\ E_c\ I_c} = \ldots = \frac{l_l (L_e)^4_{max}}{384\ E_l\ I_l} = \frac{l_m (L_e)^4_{max}}{384\ E_m\ I_m}$$

Bu tabakaların elâstik modüllerini ayni kabul edersek:

$E_a = E_b = E_c$ — .... $= E_l = E_m$ olur.

ve yukardaki denklemler:

$$\frac{l_a}{I_a} = \frac{l_b}{I_b} = \frac{l_c}{I_c} = \ldots = \frac{l_l}{I_l} = \frac{l_m}{I_m}$$

olur. Diğer taraftan yükler toplamı sabit olduğundan:

$$W_a + W_b + W_c + .. + W_l + W_m =$$

$$= \sum_{i=a}^{i=m} W_i = \sum_{i=a}^{i=m} l_i = W \text{ olur.}$$

Buradan $l_c = \frac{l_a l_c}{l_a}$, $l_b = \frac{l_a l_b}{l_a}$, ...

$l_l = \frac{l_a l_l}{l_a}$, $l_m = \frac{l_a l_m}{l_a}$ çıkarılır.

Diğer taraftan:

$$l_a = W - l_b - l_c - ... - l_l - l_m =$$

$$= \frac{W\, l_a - l_a l_b - l_a l_c - ...\, l_a l_l - l_a l_m}{l_a}$$

$$l_a = \frac{W_a{}^3}{a^3 + b^3 + c^3 + .. + l^3 + m^3} \text{ olur. Zira}$$

$$I_a = \frac{a^3}{12}, \; I_b = \frac{b^3}{12} ...$$

Bu şekilde:

$$l_a = \frac{W_a{}^3}{\sum_{a=a}^{a=m} a^3}$$

$$l_b = \frac{W_b{}^3}{\sum_{a=a}^{a=m} a^3}$$

$$l_c = \frac{W_c{}^3}{\sum_{a=a}^{a=m} a^3}$$

.

.

.

$$l_l = \frac{W_l{}^3}{\sum_{a=a}^{a=m} a^3}$$

$$l_m = \frac{W_m{}^3}{\sum_{a=a}^{a=m} a^3} \text{ olur.}$$

Diğer taraftan:

$$(L_e)_{max} = \sqrt{\frac{2a^2 S_e}{W_a + \sum_{b=b}^{b=m} (W_b - l_b)}} \text{ olur.}$$

Burda:

$$\sum_{b=b}^{b=m} (W_b - l_b) = (W_b - l_b) + (W_c - l_c) + + (W - l_l) + (W_m - l_m)$$

olup diğer tabakaların alttaki en mukavim a tabakasına yükledikleri kısmî yükleridir.

Kaide: Herhangi bir açıklık üstündeki tabakaların jeolojik makta verildiği zaman alttan üste doğru: a > b > c. . . . > l > m şartını tahkik eden her m tabaka bir mürekkep tavan teşkil eder.

Mürekkep tavanlarda N mukavemet emsalinin hesabı: Bu hesabı kolaylaştırmak için aşağıdaki tarifi yapacağız:

Muadil basit tavan: Bir mürekkep tavan heyetine muadil o tavanların vasati terkibini haiz öyle bir tavandır ki, en büyük emin açıklığı, mezkûr mürekkep tavanın en büyük emin açıklığına müsavi olur: Yani:

$$(L_e)_{max} = \sqrt{\frac{2\, a^2 S_e}{W_a + \sum_{b=b}^{b=m} (W_b - l_b)}} =$$

$$\sqrt{\frac{2\, x^2\, S_e}{Gx}} = \sqrt{\frac{2\, x\, S_e}{G}}$$

Burda x = muadil tavan kalınlığı kolaylıkla hesap edilir:

$$x = \frac{2\, a^2\, S_e\, G}{2\, S_e [W_a + \sum_{b=b}^{b=m} (W_b - l_b)]} =$$

$$= \frac{G_a^2}{W_a + \sum_{b=b}^{b=m} (W_b - l_b)} \quad \text{olur.}$$

$N_{abc \dots lm}$ = mürekkep tavanın mukavemet emsaline gelince:

$$N_{abc \dots lm} = \frac{2 x S_k}{(L_e)^2_{max} G} =$$

$$= \frac{2 G_a^2 n S_e}{\left[W_a + \sum_{b=b}^{b=m} (W_b - l_b) \right] (L_e)^2_{max} . G}$$

en nihayet:

$$N_{abc \dots lm} \quad \frac{2 a^2 n S_e}{\left[(W_a + \sum_{b=b}^{b=m} (W_b - l_b) \right] (L_e)^2_{max}}$$

olur.

İhtar: Muadil tavan mefhumu, ilerde, modellerle mürekkep tavan üzerine tecrübe yapacağımız zaman bize çok yarıyacaktır.